zur Größe der Löcher des Siebs, nur die Körner, die kleiner oder gleich sind, können durchfallen. Meines Erachtens beruht die Ablehnung des Wahrheitsbegriffs auf zwei impliziten Annahmen: erstens, die Eigenschaft eines Gegenstandes erfassen heiße, sie in der Wahrnehmung oder im begrifflichen Erkennen getreu und vollständig ‚abbilden', und zweitens, nur qualitativ anschauliche Merkmale könnten Anspruch auf Realitätsgehalt erheben, Beziehungen dagegen seien nur als gedacht und nicht ‚real' zu verstehen.

Bedeutung

((8)) Es scheint mir ein besonderes Verdienst zu sein, daß von Glasersfeld den konstruktiven und gleichzeitig idiosynkratischen Ursprung der Sprachbedeutung hervorhebt. Obwohl von den ursprünglichen Informationstheoretikern deutlich erkannt und hervorgehoben wurde, daß "die Signalzeichen, die von dem jeweiligen Sender zu einem Empfänger kommen, ihre Bedeutung ... nur durch einen Interpretationsprozeß an beiden Enden des Kommunikationskanals" erhalten ((38)), wird diese Tatsache in vielen modernen Informationsverarbeitungstheorien vergessen (siehe Seiler 1998). Auf diesem Hintergrund argumentiert von Glasersfeld zu Recht, daß ein Kind eine Erklärung einer sprachlichen Wendung oder die Bedeutung eines Wortes, die ihm sprachlich gegeben wird, nur verstehen kann, wenn es die Wörter, die in der Erklärung verwendet werden, wenigstens näherungsweise schon versteht. Es mag auch zutreffen, daß man diese Bedingung auch deswegen oft übersieht, weil man der "althergebrachten Überzeugung (anhängt), daß Wörter – zumindest jene, die Kinder lernen – sich auf Gegenstände der realen Welt beziehen, die für alle Sprecher gleich und darum unproblematisch sind" ((39)).

((9)) Dem gegenüber zeigt von Glasersfeld, daß auch diese Gegenstände auf einer langwierigen kognitiven Konstruktion beruhen und keine "einfache Sache der Wahrnehmung" ((43)) sind. Aber nicht nur die ‚Gegenstände' sind konstruiert, auch ihre Veränderung wird nicht einfach wahrgenommen, sondern unter der Annahme ihrer Beständigkeit aus den aufeinanderfolgenden Zuständen erschlossen. Ebenso muß man merken, "um eine Mehrheit zu konstruieren, daß man ein und dieselbe Erkennungsprozedur ... mindestens zweimal ausgeführt hat." ((43)).

((10)) Ich würde allerdings hinzufügen, daß auch diese Konstruktionen nicht solipsistisch sind, sondern fortlaufende Adaptationen des Handelns, der Wahrnehmung und der Vorstellung an entsprechende Umweltsituationen und Gegebenheiten voraussetzen, d.h. sie sind nicht ‚wirklichkeitsfremd', sondern tragen Aspekten der Wirklichkeit in der oben besprochenen Weise Rechnung.

((11)) Ich würde noch weiter anmerken, daß die Gegenstände, die das Kind anfänglich konstruiert und auf die es mit seinen Wörtern Bezug nimmt, nicht vollständig identisch sind mit den entsprechenden Konstruktionen der Erwachsenen, die eben sehr viel mehr Eigenschaften und Beziehungen in die Gegenstände ‚hineingelegt' haben. Daher kann das Kind oft nicht verstehen, was denn nun gemeint ist, oder erst dann, wenn es fähig ist, die entsprechenden Konstruktionen nachzuvollziehen, und es die Bedeutungsimplikationen der von ihm gebrauchten Wörter entsprechend angepaßt hat.

((12)) Zu Recht betont von Glasersfeld, daß diese Konstruktionen und erst recht der Bedeutungserwerb der Wörter notwendigerweise auch einen Austausch und eine konstante Auseinandersetzung mit der sozialen Umwelt voraussetzen, und daß daher "die Bedeutungen von Wörtern in der Gesellschaft ‚ausgehandelt' werden", allerdings nur in der Weise, "daß das letzte Ergebnis dieses fortlaufenden Handels Vereinbarkeit ist, d.h. Kompatibilität im Sinne der Anpassung, und niemals eine absolute Gleichheit." Beruht doch "die Bedeutung, die wir uns aufbauen, auf der Interpretation unseres eigenen Erlebens. Diese Bedeutung wird dann zweifellos im Laufe sprachlicher Unterhandlungen geschliffen, verfeinert und weiter angepaßt, doch das Material aus dem sie besteht ist und bleibt das Material der subjektiven Erfahrung." ((42))

((13)) Aber gerade unter der Annahme einer solchen auf dem "eigenen Erleben" beruhenden Konstruktion, ist es wichtig zu sehen, daß nur die zusätzliche Annahme einer von sozialen Aushandlungen und soziokulturellen Sichtweisen unabhängigen und für alle gleichen Wirklichkeit, auf die alles menschliche Handeln und Erkennen Bezug nimmt, vor der absoluten Beliebigkeit bewahren kann.

((14)) Abschließend möchte ich anmerken, daß mir das Toleranzprinzip, das von Glasersfeld aus dem Konstruktivismus ableitet ((63)), zwar sehr sympathisch ist, daß ich aber glaube, daß solche normativen Forderungen auch mit andern erkenntnistheoretischen Positionen vereinbar sind. Ihre praktische Befolgung oder Nicht-Befolgung hängt meines Erachtens auch weniger mit der theoretischen Position als vielmehr mit dem Dogmatismus der persönlichen und wissenschaftlichen Einstellungen zusammen.

Literatur

Seiler, T.B. (1994) Ist Jean Piagets strukturgenetische Erklärung des Denkens eine konstruktivistische Theorie? Delfin, Jahrbuch für konstruktivistische Wissenschaftstheorie, Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft. Frankfurt am M.: Suhrkamp Verlag.

Seiler, T.B. (1998) Is Cognition Information Processing? Basic Assumptions implicit in the concept of Information and in Information Processing Models of Cognition. Revised Version of a paper given at the International *Conference on Knowledge, Logic, Information* at the Technische Universität Darmstadt, February 18-20, 1998 (zur Veröffentlichung eingereicht).

Adresse

Prof. em. Dr. Thomas Bernhard Seiler, Weinbergstr. 28, D-64625 Bensheim-Auerbach

Der Blick in Gottes Karten

Rudolf Taschner

((1)) Aus einigen Passagen des Artikels von Ernst von Glasersfeld zieht der hellhörige Mathematiker Parallelen zwischen *radikalem Konstruktivismus* und *formaler Mathematik*:

((2)) Beide gründen auf einer fundamentalen *Ablehnung*: Der

radikale Konstruktivismus lehnt den Begriff der *ontischen Wahrheit* ab ((57)). Die formale Mathematik verwirft die Forderung, Axiome haben *evident* zu sein.

((3)) Beide entwerfen eine gleichsam „systemimmanente" Rechtfertigung des von ihnen gebilligten Denkens: Der radikale Konstruktivismus ersetzt Wahrheit durch *Viabilität*, womit die Forderung gemeint ist, Aussagen haben einerseits in bezug auf bereits getroffene Aussagen und andererseits in bezug auf die vom denkenden Subjekt als „Tatsachen" benannte Erfahrungen *angepaßt* zu sein ((27)). Die formale Mathematik ersetzt die Evidenz von Axiomen durch die Forderung der *Vollständigkeit*, *Widerspruchsfreiheit* und *Unabhängigkeit* eines Axiomensystems und demgemäß ersetzt sie Wahrheit durch *Ableitbarkeit* aus den Axiomen gemäß eines formalen Kalküls.

((4)) Beide erfreuen sich totaler Immunität: Der Skeptiker des radikalen Konstruktivismus gilt, sobald er mit den strengen Regeln der „Grammatik" dieses Denksystems bricht, als heillos verwirrter Metaphysiker ((20)). In der formalen Mathematik ist die Lage ähnlich: Hilbert, der Ahnherr der formalen Mathematik, hat dieses in sich geschlossene und daher von außen unangreifbare System deshalb geschaffen, damit ihn niemand aus dem von Cantors Mengenlehre geschaffenen „Paradies" hinauswerfen könne. Tatsächlich hielt Poincaré Cantors Mengenlehre für eine „Krankheit" und empfand demgemäß das von Hilbert aus seiner Innensicht *Paradies* genannte System eher als eine unheilvolle *Falle*, in die Hilbert und mit ihm alle anderen formalen Mathematiker getappt sind. Bekanntlich verschärfte sich der mathematische Grundlagenstreit im dritten Jahrzehnt dieses Jahrhunderts ohne entschieden worden zu sein: Gegen ein immunes System zu kämpfen, wie es die formale Mathematik ist, erwies sich letztlich als sinnlos.

((5)) Beide gebärden sich im Unterschied zu „fundamentalistischen" Ideologien wie Marxismus, Darwinismus oder Psychoanalyse als tolerant - wenn auch mit dem Anflug einer gewissen Herablassung: Der radikale Konstruktivismus leugnet keineswegs ontische Realität, er hat ja nicht einmal die Veranlassung, dies zu tun, weil er jedes sinnvolle Sprechen darüber für obsolet erklärt ((58)). Die formale Mathematik leugnet keineswegs die Anwendbarkeit der Mathematik (ihre Vertreter würden sich sogar eher die Zunge abschneiden, als dies zu tun, weil allein in der Nützlichkeit der Mathematik ihr Prestige und damit ihre gesellschaftliche Förderung politisch argumentierbar ist), obwohl aus dem System der formalen Mathematik unverständlich bleibt, *warum* Mathematik so flexibel anwendbar ist, ja *was* „Anwendung" letztlich überhaupt bedeutet.

((6)) Beide sind - ebenfalls im Gegensatz zu „fundamentalistischen" Ideologien - frei vom unbedingten Anspruch auf *Wahrheit*: Der radikale Konstruktivismus deshalb, weil ihm der Begriff der „Wahrheit" als solcher prinzipiell suspekt ist. Die Ausführungen von Ernst von Glasersfeld über die „Quellgebiete" seines Denkens verstehe ich dementsprechend als *Bekundung* für die *Plausibilität*, nicht aber als Beweis für die unbezweifelbare *Gültigkeit* des radikalen Konstruktivismus. Genauso ist der formalen Mathematik der Gedanke, man könne ihre *Gültigkeit* stringent herleiten, völlig fremd: ihr genügte die Absicherung bezüglich *Vollständigkeit* und *Widerspruchsfreiheit* (selbst diese ist nach den Sätzen Gödels nicht zu erreichen) - daß damit die Vorstellung von absoluter Wahrheit verbunden sei, ist jedoch völlig abwegig.

((7)) Beide Systeme schließlich - und dies begründet meine Skepsis, die ich gegen beide Systeme hege, - verkennen die Stichhaltigkeit von Argumenten, die mit *unvermittelter Anschauung*, *Evidenz* oder *Intuition* einhergehen. Denn in der formalen Mathematik haben die Aussagen allein auf dem Sprachspiel zu beruhen, das auf der Grammatik des Axiomensystems und der Ableitungsregeln gründet. Und im radikalen Konstruktivismus sind Aussagen in das Netz der bereits als viabel betrachteten Aussagen einzubinden und somit letztlich nur von diesem Aussagennetz abhängig (dessen einzelne Knoten - angepaßt auf eben erfahrene „Tatsachen", was immer man unter „Tatsache" versteht, - stets ausgebessert werden dürfen).

((8)) Damit wird auf zu viel verzichtet. Der formalen Mathematik gelingt es zum Beispiel nicht, mit ihrer Beschreibung des Systems der reellen Zahlen den *intuitiven* Begriff des Kontinuums stimmig zu fassen - der für mich zwingendste Grund dafür, Mathematik *nicht* formal zu konstituieren.

((9)) Daß sich auch der radikale Konstruktivismus durch den Verzicht auf ontische Wahrheit und das Leugnen ihres Aufleuchtens in den Sternstunden des auf seine Intuition vertrauenden Forschers zu viel vergibt, sei exemplarisch an einer (seltsamer Weise kaum allgemein bekannten) Begebenheit erläutert, die sich entscheidend für die Entdeckung der Quantentheorie erweisen sollte:
1814 entdeckte der Optiker Joseph Fraunhofer die nach ihm benannten Absorptionslinien im Sonnenspektrum. 1859 erkannten der Chemiker Robert Wilhelm Bunsen und der Physiker Gustav Robert Kirchhoff, daß die Spektrallinien Fraunhofers für jedes chemische Element kennzeichnende *Wellenzahlen* (d.h. Anzahlen von Lichtwellen pro Zentimeter) aufweisen, was die beiden unter anderem zur Entdeckung der Elemente Cäsium und Rubidium führte. Die Wellenzahlen des leichtesten und ersten Elements im Periodensystem, des Wasserstoffs, im sichtbaren Licht lauten zum Beispiel $k_\alpha \approx 15233{,}1/\text{cm}$, $k_\beta \approx 20564{,}1/\text{cm}$, $k_\gamma \approx 23032{,}4/\text{cm}$, $k_\delta \approx 24372{,}9/\text{cm}$, $k_\varepsilon \approx 25181{,}3/\text{cm}$. Obwohl es sich hierbei um beeindrukkend genaue optische Messungen handelt (das Ungefähr-gleich-Zeichen ≈ erinnert daran, daß man dennoch mit Meßunschärfen zu rechnen hat), blieb für lange Zeit völlig unklar, *warum* (d.h. in der Sprache der Physik: *nach welchem mathematischen Gesetz*) die mit α, β, γ, δ, ε numerierten Spektrallinien des Wasserstoffs gerade diese Wellenzahlen besitzen.
1885 fand der Schreib- und Rechenlehrer Johann Jakob Balmer das Gesetz. Bemerkenswert ist, *wie* Balmer es entdeckte, da zu seiner Zeit alle Versuche, anhand eines *Modells* den Wellenzahlen auf die Spur zu kommen, kläglich versagten. Balmer ging *allein* von den fünf oben angegebenen Daten aus und unterwarf sie der bereits aus der antiken griechischen Mathematik bekannten Methode der *Kettendivision*: Die größere zweier Wellenzahlen wird durch die kleinere dividiert, danach wird der Divisor durch den eben erhaltenen Rest dividiert und so weiter. Wir greifen die Wellenzahlen k_α und k_β als Beispie-

le heraus; hier lautet diese Kettendivision:

$$k_\beta : k_\alpha = 20564{,}1 : 15233{,}1 = 1 + 5331{,}0 : 15233{,}1$$
$$15233{,}1 : 5331{,}0 = 2 + 4571{,}1 : 5331{,}0$$
$$5331{,}0 : 4571{,}1 = 1 + 759{,}9 : 4571{,}1$$
$$4571{,}1 : 759{,}9 = 6 + 11{,}7 : 759{,}9$$
$$759{,}9 : 11{,}7 = 64 + 11{,}1 : 11{,}7.$$

Für das Verhältnis $k_\beta : k_\alpha$ selbst ergibt sich hieraus:

$$k_\beta : k_\alpha = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{64 + 11{,}1 : 11{,}7}}}}$$

Der brillante Gedanke Balmers war, daß der zuletzt berechnete, unverhältnismäßig große Nenner 64 + 11,1 : 11,7 = 65 bereits unterhalb der Meßgenauigkeit rangiert - er könnte innerhalb der Meßtoleranz genauso gut durch *unendlich* ersetzt werden. Diese Ersetzung nimmt Balmer vor. Er vertraut darauf, daß der *wahre* Wert des Verhältnisses

$$k_\beta : k_\alpha = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{6}}} = \frac{27}{20}$$

beträgt. Dieser Bruch mit relativ kleinen Zähler und Nenner beschreibt einerseits das gemessene Verhältnis hinreichend genau und steht andererseits für die *Zuversicht* Balmers, daß die Gesetze der Natur im Grunde *einfach* sind. Mit derselben Methode gewinnt Balmer die - seiner Meinung nach exakten - Verhältnisse $k_\gamma : k_\alpha = 189 : 125$, $k_\delta : k_\alpha = 8 : 5$, $k_\varepsilon : k_\alpha = 81 : 49$ und erhält so aus der fortlaufenden Proportion

$$k_\alpha : k_\beta : k_\gamma : k_\delta : k_\varepsilon = 1 : \frac{27}{20} : \frac{189}{125} : \frac{8}{5} : \frac{81}{49} = \frac{5}{36} : \frac{12}{64} : \frac{21}{100} : \frac{32}{144} : \frac{45}{196} =$$
$$= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36}\right) : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49}\right)$$

die nach ihm benannte Spektralformel.

((10)) Für die Diskussion des radikalen Konstruktivismus ist an diesem Beispiel entscheidend: Die Herleitung dieses Gesetzes erfolgte direkt von den Daten zu den (von Balmer als exakt vermuteten) *Zahlen*. Balmer benützte weder eine Theorie noch ein die Natur simulierendes Modell - er konnte dies gar nicht, denn das erste Modell, welches die Serienformel Balmers aus einem *Atommodell* „erklärte", wurde mehr als 25 Jahre später von Niels Bohr entworfen.

((11)) Es ist ferner bemerkenswert, daß die in der „Kopenhagener Deutung der Quantentheorie" erstellte Verfeinerung des Bohrschen Modells überdies gestattet, die *Breite* der Spektrallinien des Wasserstoffs zu verstehen: aus dieser Sicht bedeutet Balmers Vertrauen in die Verhältnisse mit kleinen Zählern und Nennern die Annahme eines *idealen* Wasserstoffatoms, eines von allen äußeren Einflüssen unabhängigen quantentheoretischen Zweikörperproblems. Wäre diese Idealisierung in der Natur verwirklicht, reduzierten sich die Spektrallinien tatsächlich auf mathematisch exakte Linien an den von Balmer genau vorhergesagten Stellen im Spektrum - allerdings mit dem Nachteil, daß man sie nicht messen könnte, denn die mathematisch exakte „unendlich dünne" Linie würde im Spektrum unsichtbar bleiben.

((12)) So gesehen bestätigt sich an diesem Beispiel erneut die von Ernst von Glasersfeld zitierte Erkenntnis des Xenophanes, daß es Balmer letztlich doch *nicht* erlaubt war, sich die Welt - und sei es auch nur die Welt des *realen* Wasserstoffatoms - so vorzustellen, wie sie „wirklich" ist. Die Natur entzieht sich letztlich immer den Zugriffen des sie ertappen wollenden Forschers.

((13)) Das Beispiel der Entdeckung von Balmers Formel belegt jedoch, daß man *nicht* vor die *Alternative* gestellt ist, sich entweder für den Anspruch des naiven Beobachters, er besitze eine in allen Details stimmige Vorstellung von der Natur, oder aber für die radikale Ablehnung des Konstruktivisten, von einer Welt jenseits unserer Sinne und Begriffe überhaupt zu sprechen, zu entscheiden. Wird der Anspruch des naiven Beobachters zurecht bereits von den griechischen Denkern verworfen, mißachtet die Ablehnung des Konstruktivisten ebenso sträflich die Kraft der *Intuition* des genialen Forschers. Nur durch sie wird Naturwissenschaft erst interessant, ohne sie bleibt unverständlich, wie Naturwissenschaft überhaupt zustande kam.

((14)) Einstein spricht in dem Zitat ((8)) zurecht von der unüberbrückbaren Differenz zwischen den Modellen der Physiker und der Wirklichkeit. Er spricht aber an anderer Stelle auch vom Reiz der Physik, daß sie erlaubt, „dem lieben Gott in die Karten zu schauen". Balmer war zum Beispiel ein „Blick in Gottes Karten" gegönnt, als er von den Meßresultaten auf die „exakten" Werte schloß. Eine Wissenstheorie, die dies nicht zu würdigen versteht, geht daher am zentralen Kern von Erkenntnis vorbei.

Adresse

Prof. Dr. Rudolf Taschner, Technische Universität Wien, Institut für Analyse, technische Mathematik und Versicherungsmathematik, Wiedner Hauptstr. 8-10, A-1040 Wien

Genetische Wissenschaftsgeschichte, Kollaboratives Lernen und Hyperkommunikation

Rolf Todesco

((1)) Der Radikale Konstruktivismus kann aus immanenten Gründen nicht an einem ontologischen Wahrheitsgehalt gemessen werden. Er muss sich in seinen Anwendungen als viabel erweisen. Ernst von Glasersfeld demonstriert die Viabilität seines Konstruktivismus anhand einiger Beispiele der Begriffsanalyse (EvG ((43ff))). Abschliessend schreibt er, „konstruktivistische Ansätze sind heute ein Gemeinplatz in der Didaktik (...)", und relativiert, dass die Leser seines „Artikels selbst entscheiden müssen, inwieweit sie (diese Ansätze) mit den hier (im Artikel) beschriebenen Grundsätzen übereinstimmen" (EvG ((59))). Ernst von Glasersfeld's Formulierung „für mich liegt das wichtigste Anwendungsgebiet des Konstruktivismus im alltäglichen Leben" (EvG ((60))) ist treffend und ausweichend zugleich, denn was, was Menschen beschäftigt, findet nicht im alltäglichen Leben statt?

((2)) Der Radikale Konstruktivismus muss sich (auch) im all-